

۱. گزینه ۴

* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا:

سه حالت ممکن است. $a < b$: شرط اول

$x > y$ $x > y$ $x < y$

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

(۱) (۲) (۳)

* اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست، زیرا:

$x < b$: شرط دوم
 حالت ۳ → $x=1, b=2$ یا $x=3, b=2$
 حالت ۲ → $x=2, b=4$

* هر دو اطلاع با هم کافی نیستند، زیرا:

$x < y$

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

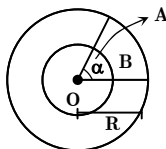
$x=1, b=2$

۳ حالت از ۴ حالت در هر دو شرط صدق می کند که جواب یکتایی نمی دهد.

۲. گزینه ۲

تحلیل مسأله:

$$\frac{\text{مساحت ناحیه}}{\text{مساحت داده}} = \frac{\frac{\alpha}{360}(\pi r^2)}{\pi R^2} = \frac{\alpha}{360} \left(\frac{r}{R}\right)^2$$



* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا:

$$\frac{\alpha}{360} \pi R^2 - \frac{\alpha}{360} \pi r^2 = \pi r^2 \rightarrow \frac{\alpha}{360} R^2 = \left(\frac{\alpha}{360} + 1\right) r^2 \rightarrow \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{\frac{\alpha}{360}}{\alpha + 360} = \frac{\alpha}{\alpha + 360}$$

$$\rightarrow \frac{\alpha}{360} \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{\alpha}{360} \times \frac{\alpha}{\alpha + 360}$$

چون مقدار α را نداریم، این شرط به تنهایی کافی نیست.

* اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست، زیرا:

$$\frac{\alpha}{360} \pi R^2 - \frac{\alpha}{360} \pi r^2 + \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi R^2 \rightarrow \left(1 - \frac{\alpha}{360}\right) r^2 = \left(\frac{1}{4} - \frac{\alpha}{360}\right) R^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{180 - \alpha}{360 - \alpha} \rightarrow \frac{\alpha}{360} \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{\alpha}{360} \left(\frac{180 - \alpha}{360 - \alpha}\right)$$

چون مقدار α را نداریم این شرط نیز به تنهایی کافی نیست.

✓ هر دو اطلاع با هم کافی هستند، زیرا:

$$\frac{\alpha^2}{360(\alpha + 360)} = \frac{\alpha}{360} \left(\frac{180 - \alpha}{360 - \alpha}\right) \rightarrow \alpha(360 - \alpha) = (\alpha + 360)(180 - \alpha) \rightarrow \alpha = 120^\circ$$

$$\rightarrow \left(\frac{r}{R}\right)^2 \times \frac{\alpha}{360} = \frac{\alpha}{360} \left(\frac{180-\alpha}{360-\alpha}\right) = \frac{120}{360} \left(\frac{180-120}{360-120}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{60}{240} = \frac{1}{12}$$

۳. گزینه ۱

تحلیل مسأله:

	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
مقدار میوه	a	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{9}$	$\frac{a}{27}$	$\frac{a}{81}$
مقدار فروش	$\frac{1}{2} \times a = \frac{a}{2}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{18}$	$\frac{a}{54}$	$\frac{a}{162}$
مقدار دورریخته شده	$\frac{1}{3} \times \frac{a}{2} = \frac{a}{6}$	$\frac{a}{18}$	$\frac{a}{54}$	$\frac{a}{162}$	$\frac{a}{486}$
مقدار مانده	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{9}$	$\frac{a}{27}$	$\frac{a}{81}$	$\frac{a}{243}$

این مسئله یک دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{3}$ است.

پس داریم:

$$\frac{a}{486} = \text{خواسته مسأله}$$

* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا:

$$\frac{a}{6} = 81 \times \frac{a}{486} \rightarrow \text{بدیهی}$$

✓ اطلاع (II) به تنهایی کافی است، زیرا:

$$\frac{a}{18} = 81 \rightarrow \frac{a}{486} = \frac{18 \times 18}{486} = 3 \quad \text{کیلوگرم}$$

۴. گزینه ۲

* اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا k بر n بخش پذیر است. اما چون در مورد بخش پذیری m بر n اطلاعی داده نشده این شرط به تنهایی کافی نیست.
 * اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست، زیرا از بخش پذیری $m-k$ بر n نمی‌توان در مورد بخش پذیری $m+k$ بر n اظهار نظر کرد. به عنوان مثال $9=10-1$ بر ۳ بخش پذیر است. اما $11=10+1$ بر ۳ بخش پذیر نیست، یا $9=12-3$ بر ۳ بخش پذیر است. همچنین $15=12+3$ نیز بر ۳ بخش پذیر است.
 ✓ هر دو اطلاع با هم کافی هستند، زیرا:

$$\begin{aligned} k &= an \\ m - k &= bn \end{aligned} \rightarrow m = (a+b)n \rightarrow \text{م} \text{ بر } n \text{ بخش پذیر است}$$

پس $m+k$ هم بر n بخش پذیر است. در نتیجه، ۲ شرط با هم برای حل مسئله کفایت می‌کنند.

۵. گزینه ۲

استدلال موجود در بحث بدین گونه است:

فرض ۱: ریه‌های سالم دارای آنتی‌بیوتیکی هستند که به طور مداوم با کتری‌های مضر را از روی سطح مجاری تنفسی از بین می‌برند و از ریه‌ها محافظت می‌کنند.
 فرض ۲: افراد مبتلا به بیماری فیبروز کیستیک با وجود این که ریه آن‌ها مقدار طبیعی آنتی‌بیوتیک را می‌سازد قادر به مبارزه با باکتری‌ها مضر نیستند در ضمن مایعات روی سطح مجاری تنفسی آن‌ها دارای غلظت غیرطبیعی از نمک است.
 ادعا (نظر پژوهشگران): غلظت بالای نمک مانع تأثیر گذاری آنتی‌بیوتیک درون ریه افراد بیمار می‌شود.
 * گزینه ۱: بحث درباره غلظت غیرطبیعی نمک در افراد بیمار است. بنابراین صحبت درباره غلظت غیرطبیعی (بالای) نمک در افراد سالم هیچ‌گونه ارتباطی به نظر پژوهشگران ندارد.
 ✓ گزینه ۲: اگر ریه افراد بیمار فقط با غلظت طبیعی نمک بتواند با باکتری مبارزه کند آن‌گاه نظر پژوهشگران درباره عدم تأثیر گذاری آنتی‌بیوتیک‌های درون ریه در غلظت بالای نمک به خوبی تأیید می‌شود.
 * نحوه درمان عفونت‌های ریوی به کمک آنتی‌بیوتیک‌های مصنوعی هیچ‌گونه ارتباطی به نظر پژوهشگران ندارد.
 * گزینه ۴: نظر پژوهشگران درباره عدم تأثیر گذاری آنتی‌بیوتیک‌ها در غلظت بالای نمک بوده است. بنابراین بحث درباره تأثیر گذاری این آنتی‌بیوتیک‌ها در غلظت پایین نمک خارج از محدوده بحث است.