

۱. گزینه ۴

با توجه به اطلاعات داده شده، اعدادی که می‌توانند در خانه‌های جدول قرار بگیرند، نشان داده شده‌اند. (با توجه به هر سطر و ستون)
بنابراین با توجه به شکل در می‌یابیم که عدد ۷ خانه به طور قطع مشخص است.

۲. گزینه ۳

اگر طول ضلع مربع را A و طول ضلع مثلث ایجاد شده را α بنامیم. با توجه به صورت مسئله داریم:

$$\text{مساحت مربع} - \text{مساحت مثلث} = \frac{2}{3} \times \text{مساحت مثلث}$$

$$\rightarrow \frac{a \times a}{2} = \frac{2}{3} \left(A^2 - \frac{a \times a}{2} \right) \rightarrow A = \sqrt{1.5} a (*)$$

$$\text{خواسته مسئله} = \frac{BH}{AH} = \frac{AB - AH}{AH} = \frac{AB}{AH} - 1 = \frac{\sqrt{2} A}{\frac{\sqrt{2}}{2} a} - 1 = \frac{2A}{a} - 1 = \frac{2 \times \sqrt{1.5} a}{a} - 1 = 2$$

۳. گزینه ۱

$$S_1 = \pi r_1^2 = \text{مساحت دایره بزرگ} \quad L_1 = 2\pi r_1 = \text{طول نخ بزرگ و محیط دایره بزرگ}$$

$$S_2 = \pi r_2^2 = \text{مساحت دایره متوسط} \quad L_2 = 2\pi r_2 = \text{طول متوسط و محیط دایره متوسط}$$

$$S_3 = \pi r_3^2 = \text{مساحت دایره کوچک} \quad L_3 = 2\pi r_3 = \text{طول کوچک و محیط دایره کوچک}$$

طبق صورت مسئله داریم:

$$\begin{cases} S_1 = 9S_3 \rightarrow \pi r_1^2 = 9\pi r_3^2 \rightarrow r_1 = 3r_3 \\ S_1 = 4S_2 \rightarrow \pi r_1^2 = 4\pi r_2^2 \rightarrow r_1 = 2r_2 \end{cases}$$

$$\text{خواسته مسئله} = \frac{\text{محیط دایره جدید}}{2r_3} = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{2r_3} = \frac{2\pi(r_1 + r_2 + r_3)}{2r_3} = \frac{\pi(r_1 + \frac{r_1}{2} + \frac{r_1}{3})}{\frac{r_1}{3}} = 5/5\pi$$

۴. گزینه ۲

$$\begin{cases} A = 6k + x & x = 3/4 \\ 2A = 6k' + \frac{x}{3} & \frac{x}{3} = 1/2 \end{cases}$$

اگر از بزرگ‌ترین عدد دورقمی یعنی ۹۹ شروع کنیم و اعداد را با توجه به ۲ شرط بالا امتحان کنیم، درمی‌یابیم عدد ۹۴ دارای این شرایط است. ۹۴ نیز بر ۴۷ بخش پذیر می‌باشد. بنابراین گزینه ۲ درست است.

۵. گزینه ۵

x, y, z : اعداد از کوچک به بزرگ

$$H_1 = \frac{1/45 + 6 + 0/7z}{3} \text{ میانگین اعداد بالا افزایش ۴۵ درصدی } x \text{ و کاهش ۳۰ درصدی } z$$

$$H_2 = \frac{x + y + z}{3} \text{ میانگین پیش از تغییر اعداد}$$

$$H_1 = H_2 \rightarrow \frac{1/45x + 6 + 0/7z}{3} = \frac{x + y + z}{3} \rightarrow 0/45x = 0/3z \rightarrow \frac{z}{x} = 1/5 (*)$$

$$H_{\text{۳}} = \frac{Ax + y + 1/2z}{3}$$

میانگین اعداد با افزایش ۲۰ درصدی z و کاهش x

$$H_{\text{۳}} = H_{\text{۳}} \rightarrow \frac{Ax + y + 1/2z}{3} = \frac{x + y + z}{3} \rightarrow (1-A)x = 5/2z$$

$$(*) \rightarrow (1-A) = 0.2 \times 1/5 = 0.04 \rightarrow x \text{ میزان کاهش} = 0.04 \times 100 = 4\%$$